

# GeoGebra

## Quickstart für Web und Tablet App

### Was ist GeoGebra?

- Dynamische Mathematiksoftware in einem einfach zu bedienenden Paket
- Zum Lernen und Lehren in allen Schulstufen
- Vereint interaktive 2D- und 3D-**Geometrie**, **Algebra**, Tabellen, Grafiken, Analysis und Statistik
- Open Source Software, frei erhältlich unter [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

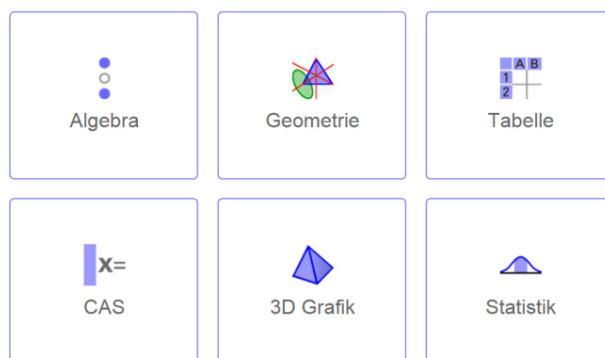
### Fakten auf einen Blick

- Mit GeoGebra können SchülerInnen Mathematik durch Ziehen von Objekten und Verändern von Parametern interaktiv erkunden.
- LehrerInnen können interaktive Visualisierungen und Arbeitsblätter mit GeoGebra für ihre SchülerInnen gestalten. Sie finden zahlreiche kostenlose Materialien auf [www.geogebra tube.org](http://www.geogebra tube.org), wo Sie auch Ihre eigenen Konstruktionen online stellen können.

### Erste Schritte

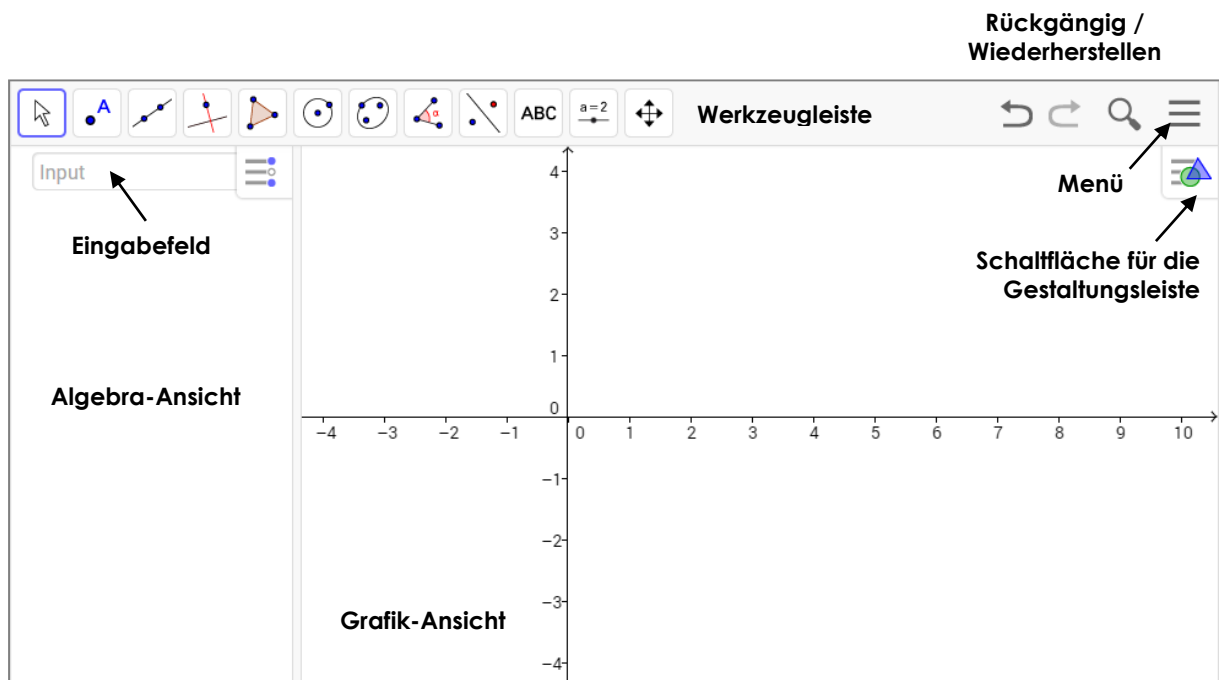
Nach dem Start der Web oder Tablet App öffnet sich zuerst die *Perspektiven Startseite*.

#### Etwas selbst erstellen



Wählen Sie jene GeoGebra *Perspektive*, die am besten zu dem mathematischen Thema passt, welches Sie behandeln wollen (z. B. Geometrie,

Algebra, Statistik). Beachten Sie auch, dass mit Hilfe des *Perspektiven Menüs* jederzeit zwischen den *Perspektiven* gewechselt werden kann.



Das obige Bild stellt die aktuelle GeoGebra Web oder Tablet App Version nach dem Öffnen der *Algebra Perspektive* dar und zeigt die **Algebra-Ansicht** und die **Grafik-Ansicht**.


Die **Werkzeugleiste** besteht aus mehreren Werkzeugkästen, welche jeweils eine Sammlung ähnlicher Werkzeuge beinhalten. Mit Hilfe von Konstruktionswerkzeugen aus der *Werkzeugleiste* können Sie mit der Maus/ dem Finger in der *Grafik-Ansicht* Verschiedenes konstruieren. In der *Algebra-Ansicht* werden gleichzeitig die entsprechenden Koordinaten und Gleichungen angezeigt. Bitte beachten Sie, dass jede *Ansicht* eine eigene *Werkzeugleiste* besitzt und Sie daher unterschiedliche Werkzeuge zur Verfügung haben.

Das **Eingabefeld** in der *Algebra-Ansicht* dient der direkten Eingabe von Koordinaten, Gleichungen, Befehlen und Funktionen. Nach dem Drücken der Eingabetaste werden diese in grafischer und algebraischer Form sofort in der *Grafik-* und *Algebra-Ansicht* angezeigt.

Zusätzlich bietet GeoGebra eine **Tabellen-Ansicht**, um mit Daten und Statistiken zu arbeiten, eine **CAS-Ansicht**, um mit dem Computer Algebra System von GeoGebra symbolisch zu rechnen, und eine **3D-Ansicht** an.

Alle *Ansichten* von GeoGebra sind miteinander verbunden, sodass Veränderungen von Objekten in einer *Ansicht* automatisch in allen anderen *Ansichten* übernommen werden, sofern dies möglich ist.

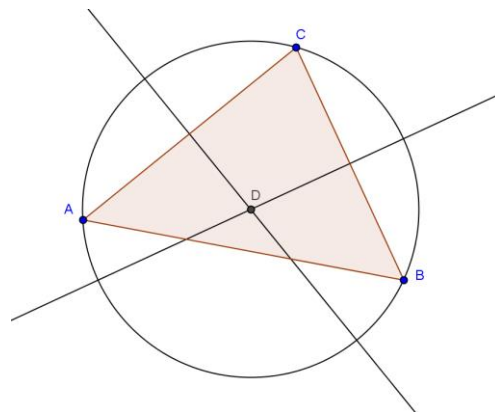
Bitte beachten Sie, dass dieses Dokument sowohl Informationen für die Web, als auch die Tablet App von GeoGebra enthält. Abhängig von Ihrem Eingabegerät (Maus oder Finger) müssen Sie beim Bearbeiten der folgenden Beispiele entweder tippen oder klicken. Für eine einfache Lesbarkeit wird daher nur das Wort „antippen“ verwendet, dies ist gleichwertig zu „klicken“.

Klicken Sie auf das  YouTube Icon neben einer Beispiel-Überschrift, um die jeweilige Quickstart-Anleitung im Videoformat zu öffnen.


## Beispiel 1: Umkreis eines Dreiecks





**Aufgabe:** Zeichnen Sie in GeoGebra ein Dreieck mit den Eckpunkten A, B, C und konstruieren Sie dessen Umkreis.







### Vorbereitungen

- Öffnen Sie ein neues GeoGebra Web oder Tablet App Fenster und wählen Sie die Perspektive  Geometrie auf der *Perspektiven Startseite*.
- Machen Sie sich mit den Werkzeugen aus der Werkzeugleiste der *Grafik-Ansicht* vertraut.  
Hinweis: Sie können eine Werkzeugsammlung öffnen, indem Sie auf den vorhandenen Werkzeugkasten tippen.


### Konstruktionsschritte




1 	Wählen Sie das Werkzeug <i>Vieleck</i> . Erzeugen Sie Eckpunkte A, B und C durch dreimaliges Antippen der <i>Grafik-Ansicht</i> gegen den Uhrzeigersinn. Um das Dreieck zu schließen, tippen Sie nochmals auf den ersten Punkt A.
2 	Wählen Sie das Werkzeug <i>Mittelsenkrechte</i> (Österreich: Streckensymmetrale). Konstruieren Sie die Mittelsenkrechten durch aufeinanderfolgendes Tippen auf zwei Seiten des Dreiecks. <u>Hinweis:</u> Ist ein Werkzeug nicht direkt in der <i>Werkzeugleiste</i> zu finden, können Sie es durch Antippen des richtigen Werkzeugkastens sichtbar machen.

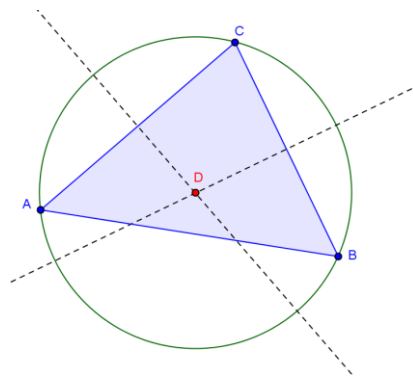
<p>3 </p>	<p>Verwenden Sie das Werkzeug <i>Schneide</i>, um den Umkreismittelpunkt zu erzeugen. Tippen Sie dazu hintereinander auf beide Mittelsenkrechten. <u>Hinweis:</u> Der entstehende Schnittpunkt wird automatisch D benannt.</p>
<p>4 </p>	<p>Wählen Sie das Werkzeug <i>Kreis mit Mittelpunkt durch Punkt</i>. Tippen Sie zuerst auf den Umkreismittelpunkt und dann auf einen der Eckpunkte, um den Umkreis zu erzeugen.</p>
<p>5   </p>	<p>Wählen Sie das Werkzeug <i>Bewege</i> und ziehen Sie mit dem Finger die Eckpunkte des Dreiecks. Die Konstruktion wird sich dynamisch mit den Eckpunkten verändern. <u>Hinweis:</u> Wenn Sie die gesamte Konstruktion in der <i>Grafik-Ansicht</i> verschieben wollen, verwenden Sie das Werkzeug <i>Verschiebe Zeichenblatt</i> und ziehen Sie dieses an die gewünschte Position.</p>





## Tipps

Testen Sie die  **Rückgängig** /  **Wiederherstellen**-Schaltfläche auf der rechten Seite der Werkzeugleiste.

Um ein **Objekt auszublenden**, tippen Sie auf das Werkzeug  *Objekt anzeigen/ ausblenden* in der Werkzeugleiste der *Grafik-Ansicht*. Wählen Sie alle Objekte aus, die Sie ausblenden wollen. Ihre Änderungen werden sichtbar, sobald Sie ein anderes Werkzeug aus der Werkzeugleiste wählen.

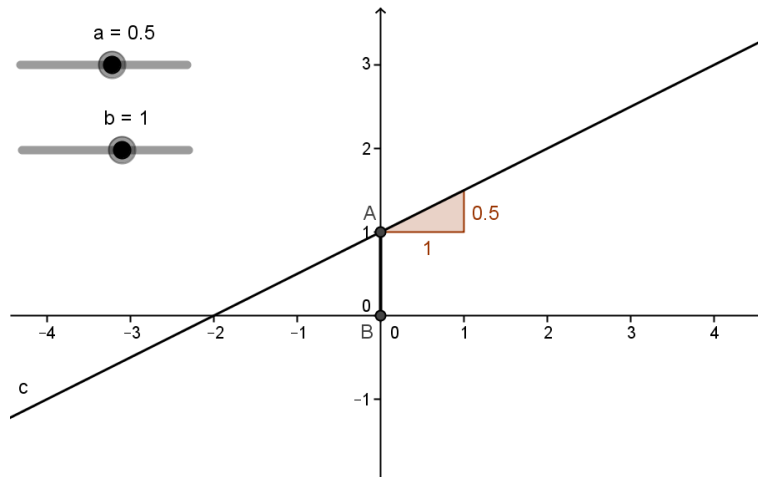
Sie können das **Aussehen von Objekten** (Farbe, Linienstärke, Kennzeichnung) mit der  *Gestaltungsleiste* verändern. Wählen Sie dazu das gewünschte Objekt aus und tippen Sie auf die  *Schaltfläche für die Gestaltungsleiste* in der oberen rechten Ecke der *Grafik-Ansicht*, um die  *Gestaltungsleiste* zu öffnen.



Auch  **Achsen** und  **Koordinatengitter** können in der *Gestaltungsleiste* ein- und ausgeschaltet werden. Tippen Sie dazu auf den weißen Hintergrund in der *Grafik-Ansicht*, um sicher zu gehen, dass kein Objekt ausgewählt ist. Dann tippen Sie auf die  *Schaltfläche für die Gestaltungsleiste* in der oberen rechten Ecke der *Grafik-Ansicht*, um die  *Gestaltungsleiste* zu öffnen.

## Beispiel 2: Parameter einer linearen Gleichung

**Aufgabe:** Verwenden Sie Schieberegler, um die Parameter einer linearen Gleichung und die zugehörige Gerade dynamisch zu verändern.



### Vorbereitungen




- Öffnen Sie ein neues GeoGebra Web oder Tablet App Fenster und wählen Sie die Perspektive Algebra auf der *Perspektiven Startseite*.

ODER



- Tippen Sie auf die Menü Schaltfläche rechts oben und wählen Sie Neu vom Datei Menü aus. Tippen Sie anschließend auf die Perspektive Algebra auf der *Perspektiven Startseite*.

### Konstruktionsschritte

1	Tippen Sie $y = 0.8 * x + 3.2$ in das <i>Eingabefeld</i> der <i>Algebra-Ansicht</i> und drücken Sie die Eingabetaste.
2	<u>Aufgabe:</u> Welche Parameter verändern sich, wenn die Gerade in der <i>Grafik-Ansicht</i> mit dem Finger verschoben wird?
3	Verwenden Sie das Werkzeug <i>Lösche</i> , um die Gerade in der <i>Grafik-Ansicht</i> zu entfernen. <u>Hinweis:</u> Das Werkzeug <i>Lösche</i> finden Sie, indem Sie den entsprechenden Werkzeugkasten öffnen.
4	$a=2$ Verwenden Sie das Werkzeug <i>Schieberegler</i> , um zwei Schieberegler $a$ und $b$ zu erstellen. Übernehmen Sie die Standardeinstellungen der Schieberegler. <u>Hinweis:</u> Nach dem Tippen in die <i>Grafik-Ansicht</i> , öffnet sich ein Fenster zum Verändern der Parameter des Schiebereglers. Wählen Sie <i>Übernehmen</i> , um den Schieberegler mit Standardeinstellungen zu erstellen.
5	Tippen Sie $y = a * x + b$ in die <i>Algebra-Ansicht</i> und drücken Sie die Eingabetaste.
6	Wählen Sie das Werkzeug <i>Schneide</i> und erzeugen Sie den Schnittpunkt A zwischen der Geraden und der y-Achse.

7		Verwenden Sie das Werkzeug <i>Punkt auf Objekt</i> , um einen Punkt im Koordinatenursprung zu erstellen.
8		Wählen Sie das Werkzeug <i>Strecke</i> und verbinden Sie die Punkte A und B.
9		Erzeugen Sie das Steigungsdreieck der Geraden mit dem Werkzeug <i>Steigung</i> .

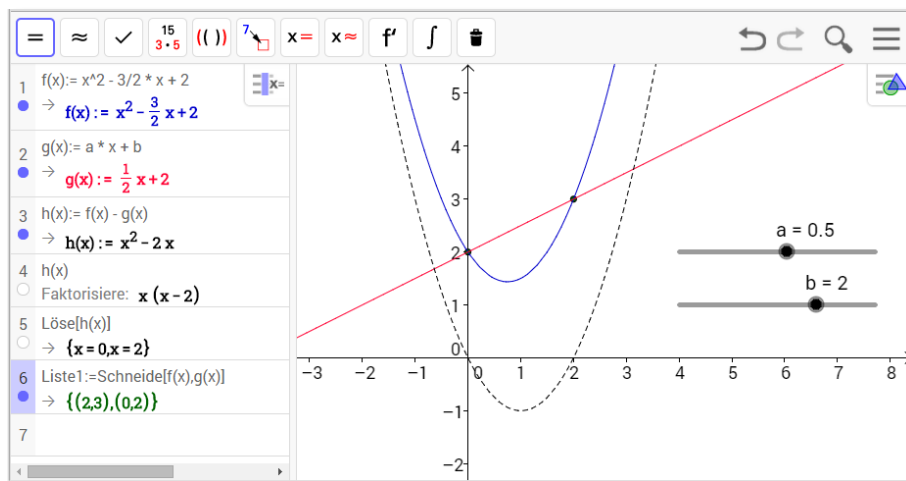
## Tipp

Sie können das **Aussehen** Ihrer Konstruktion mit Hilfe der *Gestaltungsleiste* verändern (z.B. den Wert der Steigung anzeigen oder die Linienstärke der Strecke erhöhen, damit sich die Strecke von der y-Achse abhebt). Wählen Sie dazu das gewünschte Objekt in der *Algebra-Ansicht* oder *Grafik-Ansicht* aus und tippen Sie auf die  *Schaltfläche für die Gestaltungsleiste* in der rechten oberen Ecke der *Grafik-Ansicht*, um die  *Gestaltungsleiste* zu öffnen.

## Beispiel 3: Schnitt zweier Polynomfunktionen







**Aufgabe:** Untersuchen Sie, wie die Schnittpunkte einer Parabel mit einer linearen Funktion mit Hilfe der Nullstellen ihrer Differenzfunktion bestimmt werden können.









## Vorbereitungen

- Öffnen Sie ein neues GeoGebra Web oder Tablet App Fenster und wählen Sie die Perspektive  CAS der *Perspektiven Startseite* aus.

ODER

- Tippen Sie auf die  *Menü Schaltfläche* rechts oben und wählen Sie  *Neu* vom  *Datei Menü* aus. Tippen Sie anschließend auf die Perspektive  CAS auf der *Perspektiven Startseite*.

## Konstruktionsschritte

1		Tippen Sie $f(x) := x^2 - \frac{3}{2} * x + 2$ in die erste Zeile der CAS-Ansicht und drücken Sie anschließend die Eingabetaste um eine Polynomfunktion zu erstellen.
2		Wählen Sie das Werkzeug <i>Schieberegler</i> aus der <i>Grafik-Ansicht-Werkzeugleiste</i> und erstellen Sie zwei Schieberegler $a$ und $b$ , indem Sie die Standardeinstellungen des Schiebereglers übernehmen. <u>Hinweis:</u> Um die <i>Grafik-Ansicht-Werkzeugleiste</i> zu sehen, klicken Sie auf die <i>Grafik-Ansicht</i> . Wählen Sie das Werkzeug <i>Schieberegler</i> aus und Tippen Sie erneut in die <i>Grafik-Ansicht</i> . Dadurch öffnet sich ein Fenster zum Verändern der Parameter des Schiebereglers. Wählen Sie <i>Übernehmen</i> , um den Schieberegler mit Standardeinstellungen zu erstellen.
3		Erstellen Sie eine lineare Funktion, indem Sie $g(x) := a * x + b$ in die nächste Zeile der CAS-Ansicht eintippen und anschließend die Eingabetaste drücken.
4		Verwenden Sie das Werkzeug <i>Bewege</i> aus der <i>Grafik-Ansicht-Werkzeugleiste</i> und setzen Sie den Wert des Schiebereglers $a$ auf 0.5, sowie den Wert des Schiebereglers $b$ auf 2.
5		Geben Sie $h(x) := f(x) - g(x)$ in die nächste Zeile der CAS-Ansicht ein und drücken Sie die Eingabetaste, um die Differenzfunktion zu berechnen.
6		Tippen Sie $h(x)$ in die nächste Zeile der CAS-Ansicht ein und wählen Sie das Werkzeug <i>Faktorisiere</i> aus der <i>CAS-Ansicht-Werkzeugleiste</i> , um das Polynom in Linearfaktoren zu zerlegen. <u>Hinweis:</u> Die Nullstellen können direkt aus dieser Darstellung abgelesen werden.
7		Zum Bestätigen der Nullstellen geben Sie <code>Löse[h(x)]</code> in der CAS-Ansicht ein. <u>Hinweis:</u> GeoGebra erstellt eine Liste von Punkten, welche Sie in der <i>Grafik-Ansicht</i> anzeigen können, indem Sie auf das Werkzeug <i>Objekt anzeigen / ausblenden</i> in der entsprechenden Zeile in der <i>CAS-Ansicht</i> tippen.
8		Geben Sie <code>Schneide[f(x), g(x)]</code> in die nächste Zeile der CAS-Ansicht ein, um die Schnittpunkte von $f(x)$ und $g(x)$ zu erzeugen. <u>Hinweis:</u> Sie können die Schnittpunkte in der <i>Grafik-Ansicht</i> anzeigen, indem Sie auf das Werkzeug <i>Objekt anzeigen / ausblenden</i> in der entsprechenden Zeile in der <i>CAS-Ansicht</i> tippen.
9		<u>Aufgabe:</u> Was haben die Schnittpunkte von $f(x)$ und $g(x)$ mit den Nullstellen der Differenzfunktion $h(x)$ gemeinsam? Für welche Werte von $a$ und $b$ existieren zwei, ein oder kein Schnittpunkt(e)? <u>Hinweis:</u> Verwenden Sie das Werkzeug <i>Bewege</i> und verändern Sie die Werte der Schieberegler, um neue Linearfunktionen zu erhalten.

## Tipps

Die *CAS-Ansicht* ermöglicht Ihnen mit Brüchen, Gleichungen und Formeln zu arbeiten (die Variablen enthalten können, die noch nicht definiert wurden).

Eingabe und automatische Vervollständigung

= Die Eingabe  $y = 2x + 1$  **definiert** eine Gleichung.

:= Die Eingabe  $f(x) := 2x + 1$  **ordnet** der Funktion den **Namen f zu**.

() [] Wenn Sie offene (runde / eckige) **Klammern** eintippen, fügt GeoGebra automatisch die passende geschlossene (runde / eckige) Klammer ein.

Während Sie einen Befehl in die *CAS-Ansicht* eingeben, versucht GeoGebra **automatisch** den **Befehl zu vervollständigen**, um Ihnen mit der Schreibweise zu helfen.

Hinweis: Wählen Sie den gewünschten Befehl aus der erscheinenden Liste aus (mit Maus oder Pfeiltasten) und drücken Sie die Eingabetaste, um den Vorschlag anzunehmen.

Die *CAS-Werkzeugleiste* bietet drei **verschiedene Werkzeuge, um Ihre Eingabe auszuwerten:**

= 'Berechne' berechnet und vereinfacht die Eingabe und gibt das Ergebnis symbolisch aus.

≈ 'Numerisch' berechnet die Eingabe numerisch und gibt das vereinfachte Ergebnis in Dezimalschreibweise aus.

✓ 'Behalte Eingabe' behält und überprüft die Eingabe. Das kann nützlich sein, wenn Sie beispielsweise nicht wollen, dass Ihre Eingabe automatisch vereinfacht wird (z.B. beim Umformen von Gleichungen).

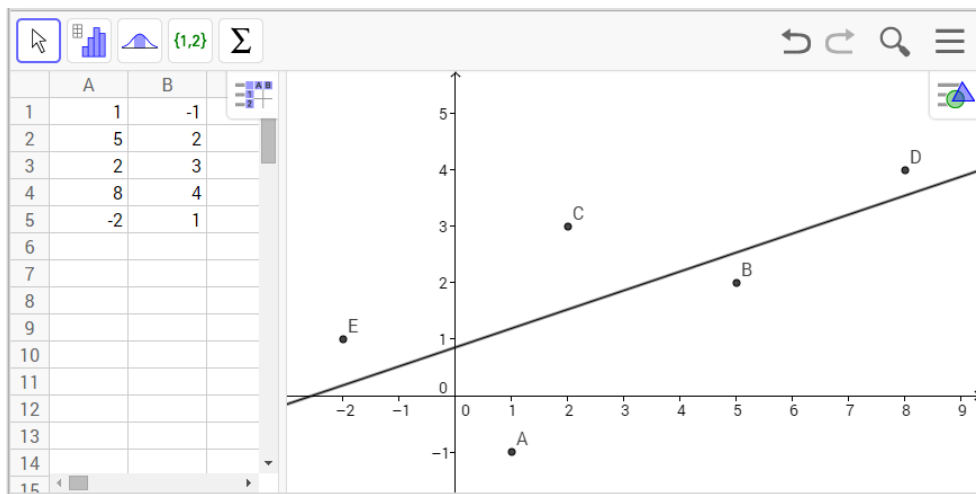
Sie können auch nur **Teile eines Ausdrucks verändern**, indem Sie diese mit der Maus markieren und dann ein Werkzeug wie zum Beispiel  $\frac{15}{3 \cdot 5}$  *Faktorisieren* wählen.

## Beispiel 4: Regressionsgerade durch Punktwolke



**Aufgabe:** Erzeugen Sie die Ausgleichsgerade durch eine Punktwolke, indem Sie eine Analyse zweier Variablen durchführen. Entdecken Sie dabei, wie die Regressionsgerade von Ausreißern beeinflusst wird.





## Vorbereitungen

- Öffnen Sie ein neues GeoGebra Web oder Tablet App Fenster und wählen Sie die Perspektive Tabellen Perspektive der Perspektiven Startseite.

ODER

- Tippen Sie auf die Menü Schaltfläche rechts oben und wählen Sie Neu vom Datei Menü aus. Tippen Sie anschließend auf die Perspektive Tabellen auf der Perspektiven Startseite.

## Konstruktionsschritte

1	Geben Sie in der <i>Tabellen-Ansicht</i> die folgenden Daten in die Zellen von Spalte A ein: A1: 1    A2: 5    A3: 2    A4: 8    A5: -2 <u>Hinweis:</u> Drücken Sie nach jeder Eingabe die Eingabetaste.
2	Geben Sie in der <i>Tabellen-Ansicht</i> die folgenden Daten in die Zellen von Spalte B ein: B1: -1    B2: 2    B3: 3    B4: 4    B5: 1
3	Erstellen Sie eine Punktwolke aus diesen Daten: Markieren Sie alle Zellen der Spalten A und B, die Einträge enthalten. Wählen Sie dann das Werkzeug <i>Liste von Punkten</i> erzeugen aus der <i>Tabellen-Ansicht-Werkzeugleiste</i> und tippen Sie auf <i>Erzeuge</i> . <u>Anmerkung:</u> Die Werte der Spalte A entsprechen den x-Koordinaten der ausgegebenen Punkte und die Werte der Spalte B den y-Koordinaten. <u>Hinweis:</u> Wenn nicht alle fünf Punkte in der <i>Grafik-Ansicht</i> sichtbar sind, verwenden Sie das Werkzeug <i>Verschiebe Zeichenblatt</i> .
4	Wählen Sie das Werkzeug <i>Regressionsgerade</i> aus der <i>Grafik-Ansicht-Werkzeugleiste</i> . Erstellen Sie die Ausgleichsgerade durch die Punktwolke, indem Sie alle fünf Punkte durch ein Auswahl-Rechteck markieren.

Hinweis: Das Auswahl-Rechteck erzeugen Sie, indem Sie in die linke obere Ecke der *Grafik-Ansicht* tippen und den Finger bis in die rechte untere Ecke der *Grafik-Ansicht* ziehen. Stellen Sie sicher, dass sich alle Datenpunkte im Auswahl-Rechteck befinden.



5



Aufgabe: Mit Hilfe dieser Konstruktion können Sie leicht demonstrieren, wie die Regressionsgerade von Ausreißern beeinflusst wird. Wählen Sie dazu mit dem Finger einen der Punkte aus und ziehen Sie ihn in der *Grafik-Ansicht*, um einen Ausreißer zu erzeugen.

Hinweis: Sie können auch die ursprünglichen Werte in der *Tabellen-Ansicht* ändern, um einen Ausreißer zu erzeugen.

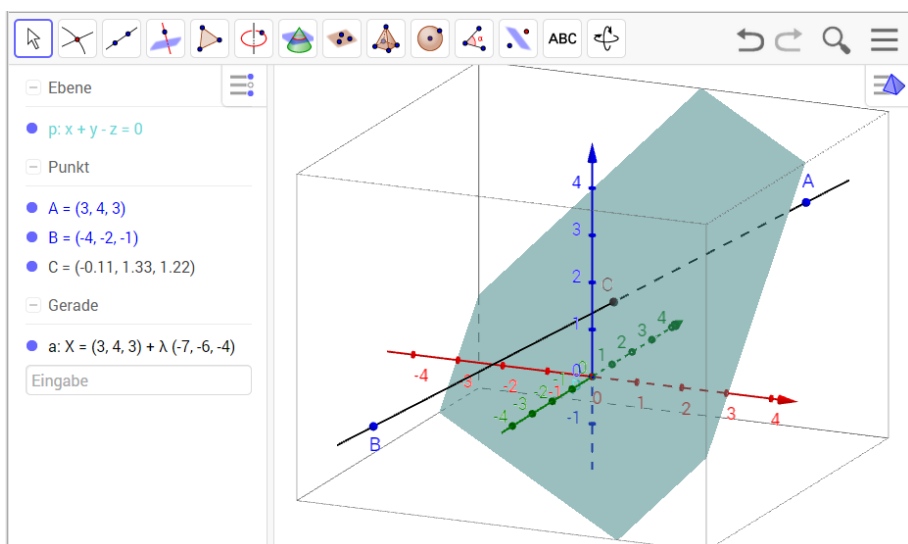
## Tipps

Sie können das **Aussehen** der Gerade und Punkte (Farbe, Stärke,...) mit Hilfe der *Gestaltungsleiste* verändern. Wählen Sie dazu das gewünschte Objekt in der *Grafik-Ansicht* aus und tippen Sie auf die  *Schaltfläche für die Gestaltungsleiste* in der rechten oberen Ecke der *Grafik-Ansicht*, um die  *Gestaltungsleiste* zu öffnen.

## Beispiel 5: Schnitt einer Ebene mit einer Geraden



**Aufgabe:** Entdecken Sie mit der *3D-Ansicht* von GeoGebra, wie Sie eine Ebene mit einer Geraden schneiden können.






## Vorbereitungen

- Öffnen Sie ein neues GeoGebra Web oder Tablet App Fenster und wählen Sie die Perspektive  *3D Grafik* der *Perspektiven Startseite*.

ODER


- Tippen Sie auf die  $\equiv$  Menü Schaltfläche rechts oben und wählen Sie  $+$  Neu vom  $\odot$  Datei Menü aus. Tippen Sie anschließend auf die Perspektive  $\blacktriangleleft$  3D Grafik auf der Perspektiven Startseite.


## Konstruktionsschritte

1	Tippen Sie $p: x + y = z$ in das Eingabefeld der Algebra-Ansicht und drücken Sie die Eingabetaste, um die Ebene $p$ zu definieren.
2	Erstellen Sie zwei Punkte A und B, indem Sie $A = (3, 4, 3)$ und $B = (-4, -2, -1)$ in die Eingabezeile schreiben und nach jeder Eingabe die Eingabetaste drücken.
3	 Wählen Sie das Werkzeug Gerade aus der 3D Grafik-Ansicht-Werkzeugleiste. Tippen Sie nacheinander auf die Punkte A und B, um die Gerade $a$ zu erstellen.
4	 Verwenden Sie das Werkzeug Schneide, um den Schnittpunkt C der Ebene mit der Geraden zu erzeugen, indem Sie nacheinander auf die Ebene und die Gerade tippen.
5	 <u>Aufgabe:</u> Verwenden Sie das Werkzeug Bewege, um die Position der Punkte A und B zu verändern. Was passiert mit dem Schnittpunkt, wenn die Gerade parallel zur Ebene verläuft oder wenn beide Punkte auf der Ebene liegen? <u>Hinweis:</u> Durch Klick auf einen Punkt lässt sich die Bewegungsrichtung des Punktes beim Ziehen mit dem Werkzeug Bewege verändern (parallel zur x-y-Ebene bzw. in Richtung der z-Achse).

## Tipps

Verwenden Sie das Werkzeug  $\curvearrowright$  Drehe die 3D Grafik-Ansicht, um die Konstruktion aus verschiedenen Ansichten zu betrachten.

Sie können das Aussehen der Konstruktion mit Hilfe der Gestaltungsleiste verändern. Wählen Sie ein Objekt aus und tippen Sie auf die  $\triangleleft$  Schaltfläche für die Gestaltungsleiste rechts oben, um die  Gestaltungsleiste zu öffnen.

Sie können sowohl die  $\blacksquare$  **x-y-Ebene**, als auch die  $\perp$  **Koordinatenachsen** aus- bzw. einblenden. Tippen Sie dazu auf den weißen Hintergrund in der 3D Grafik-Ansicht, um sicher zu gehen, dass kein Objekt ausgewählt ist, bevor Sie die  Gestaltungsleiste öffnen.

## Weitere Informationen

Weitere Informationen und Materialien, sowie Unterstützung finden Sie auf unserer Webseite [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).