

# GeoGebra

## Quickstart für die Desktop Version

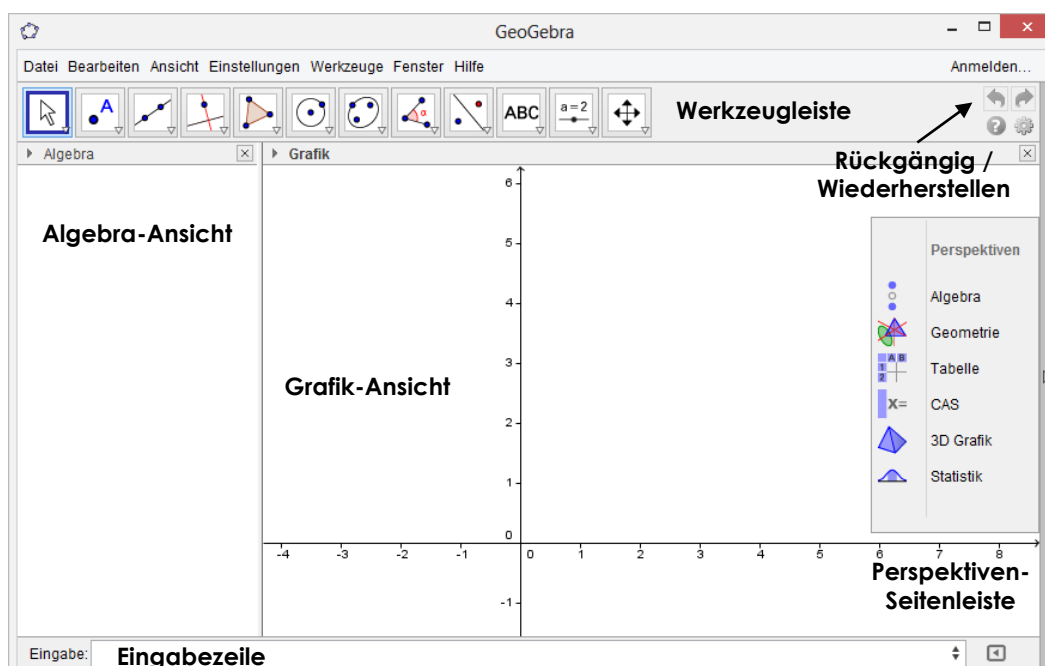
### Was ist GeoGebra?

- Dynamische Mathematiksoftware in einem einfach zu bedienenden Paket
- Zum Lernen und Lehren in allen Schulstufen
- Vereint interaktive 2D- und 3D-**Geometrie**, **Algebra**, Tabellen, Grafiken, Analysis und Statistik
- Open Source Software, frei erhältlich unter [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

### Fakten auf einen Blick

- Mit GeoGebra können SchülerInnen Mathematik durch Ziehen von Objekten und Verändern von Parametern interaktiv erkunden.
- LehrerInnen können interaktive Visualisierungen und Arbeitsblätter mit GeoGebra für ihre SchülerInnen gestalten. Sie finden zahlreiche kostenlose Materialien auf [www.geogebraTube.org](http://www.geogebraTube.org), wo Sie auch Ihre eigenen Konstruktionen online stellen können.

### Erste Schritte



Das obige Bild stellt die aktuelle GeoGebra Desktop Version nach dem Öffnen der Software dar. Es werden automatisch die **Algebra-Ansicht** und die **Grafik-Ansicht** im GeoGebra Fenster angezeigt. Entsprechend Ihrer gewünschten Verwendung von GeoGebra (Geometrie, Algebra, Statistik,...) können Sie eine passende *Perspektive* aus der *Perspektiven-Seitenleiste* auswählen.

Die **Werkzeugleiste** besteht aus mehreren Werkzeugkästen, welche jeweils eine Sammlung ähnlicher Werkzeuge beinhalten. Mit Hilfe von Konstruktionswerkzeugen aus der *Werkzeugleiste* können Sie mit der Maus in der *Grafik-Ansicht* Verschiedenes konstruieren. In der *Algebra-Ansicht* werden gleichzeitig die entsprechenden Koordinaten und Gleichungen angezeigt. Bitte beachten Sie, dass jede *Ansicht* eine eigene *Werkzeugleiste* besitzt und Sie daher unterschiedliche Werkzeuge zur Verfügung haben.

Die **Eingabezeile** am unteren Ende des GeoGebra Fensters dient der direkten Eingabe von Koordinaten, Gleichungen, Befehlen und Funktionen. Nach dem Drücken der Eingabetaste werden diese in grafischer und algebraischer Form sofort in der *Grafik- und Algebra-Ansicht* angezeigt.

Zusätzlich bietet GeoGebra eine **Tabellen-Ansicht**, um mit Daten und Statistiken zu arbeiten, eine **CAS-Ansicht**, um mit dem Computer Algebra System von GeoGebra symbolisch zu rechnen, und eine **3D-Ansicht** an.

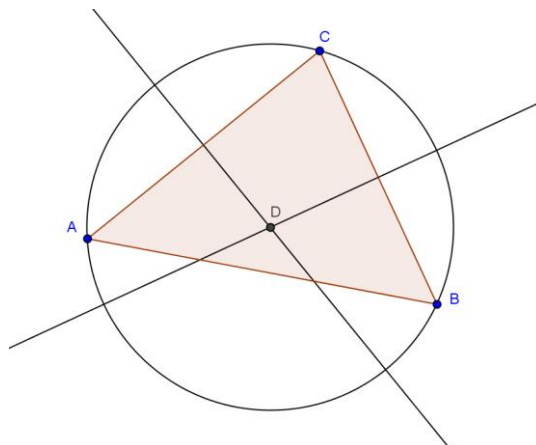
Alle *Ansichten* von GeoGebra sind miteinander verbunden, sodass Veränderungen von Objekten in einer *Ansicht* automatisch in allen anderen *Ansichten* übernommen werden, sofern dies möglich ist.

Klicken Sie auf das  YouTube Icon neben einer Beispiel-Überschrift, um die jeweilige Quickstart-Anleitung im Videoformat zu öffnen.


## Beispiel 1: Umkreis eines Dreiecks









**Aufgabe:** Zeichnen Sie in GeoGebra ein Dreieck mit den Eckpunkten A, B, C und konstruieren Sie dessen Umkreis.



## Vorbereitungen


- Öffnen Sie ein neues GeoGebra Fenster (im *Datei*-Menü).
- Klicken Sie in der *Grafik-Ansicht* rechts auf die *Perspektiven-Seitenleiste*, um die Perspektive zu ändern und wählen Sie die Perspektive  *Geometrie*.
- Machen Sie sich mit den *Werkzeugen* aus der *Werkzeugleiste* der *Grafik-Ansicht* vertraut.  
Hinweis: Sie können eine Werkzeugsammlung öffnen, indem Sie auf den kleinen Pfeil in der rechten unteren Ecke eines vorhandenen Werkzeugkastens klicken.

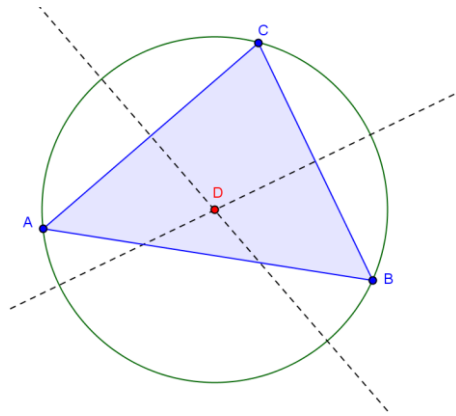
## Konstruktionsschritte



1		Wählen Sie das Werkzeug <i>Vieleck</i> . Erzeugen Sie die Eckpunkte des Dreiecks durch dreimaliges Klicken gegen den Uhrzeigersinn in der <i>Grafik-Ansicht</i> . Um das Dreieck zu schließen, klicken Sie nochmals auf den ersten Punkt A.
2		Wählen Sie das Werkzeug <i>Mittelsenkrechte</i> (Österreich: Streckensymmetrale). Konstruieren Sie die Mittelsenkrechten durch aufeinanderfolgendes Klicken auf zwei Seiten des Dreiecks. <u>Hinweis</u> : Ist ein Werkzeug nicht direkt in der <i>Werkzeugleiste</i> zu finden, können Sie es durch Klicken auf den richtigen Werkzeugkasten sichtbar machen.
3		Verwenden Sie das Werkzeug <i>Schneide</i> , um den Umkreismittelpunkt zu erzeugen. Klicken Sie dazu hintereinander auf beide Mittelsenkrechten.
4		Wählen Sie das Werkzeug <i>Kreis mit Mittelpunkt durch Punkt</i> . Klicken Sie zuerst auf den Umkreismittelpunkt und dann auf einen der Eckpunkte, um den Umkreis zu erzeugen.
5	 	Wählen Sie das Werkzeug <i>Bewege</i> und ziehen Sie mit der Maus die Eckpunkte des Dreiecks. Die Konstruktion wird sich dynamisch mit den Eckpunkten verändern. <u>Hinweis</u> : Wenn Sie die gesamte Konstruktion in der <i>Grafik-Ansicht</i> verschieben wollen, verwenden Sie das Werkzeug <i>Verschiebe Zeichenblatt</i> und ziehen Sie dieses an die gewünschte Position.




## Tipps


Testen Sie die  **Rückgängig** /  **Wiederherstellen**-Schaltflächen auf der rechten Seite der *Werkzeugleiste*.

Um ein **Objekt auszublenden**, klicken Sie auf das Werkzeug  *Objekt anzeigen/ausblenden* in der *Werkzeugleiste* der *Grafik-Ansicht*. Wählen Sie alle Objekte aus, die Sie ausblenden wollen. Ihre Änderungen werden sichtbar, sobald Sie ein anderes Werkzeug aus der *Werkzeugleiste* wählen.



Sie können das **Aussehen von Objekten** (Farbe, Linienstärke, Kennzeichnung) mit der  *Gestaltungsleiste* verändern. Wählen Sie dazu das gewünschte Objekt in der *Algebra-* oder *Grafik-Ansicht* aus und klicken Sie auf den kleinen Pfeil in der linken oberen Ecke der *Grafik-Ansicht*, um die  *Gestaltungsleiste* zu öffnen.

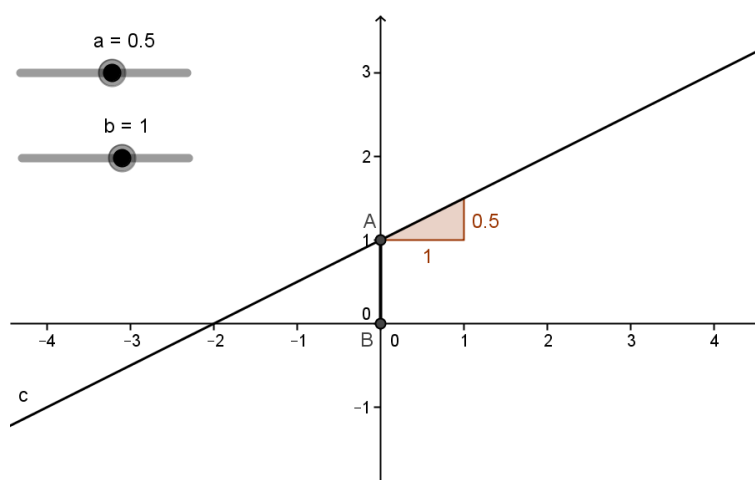
Auch  **Achsen** und  **Koordinatengitter** können in der *Gestaltungsleiste* ein- und ausgeschaltet werden. Klicken Sie dazu auf den weißen Hintergrund in der *Grafik-Ansicht*, um sicher zu gehen, dass kein Objekt ausgewählt ist. Dann klicken Sie auf den kleinen Pfeil in der linken oberen Ecke der *Grafik-Ansicht*, um die  *Gestaltungsleiste* zu öffnen.

Das  **Konstruktionsprotokoll** (im *Ansicht-Menü*) zeigt eine Tabelle mit all ihren Konstruktionsschritten. Mit Hilfe der Pfeil-Schaltflächen können Sie die Konstruktion schrittweise abspielen und deren Reihenfolge durch Ziehen der Reihen verändern.


## Beispiel 2: Parameter einer linearen Gleichung










**Aufgabe:** Verwenden Sie Schieberegler, um die Parameter einer linearen Gleichung und die zugehörige Gerade dynamisch zu verändern.




## Vorbereitungen

- Öffnen Sie ein neues GeoGebra Fenster (im *Datei*-Menü).
- Klicken Sie in der *Grafik-Ansicht* rechts auf die *Perspektiven-Seitenleiste*, und wählen Sie die Perspektive  *Algebra*.

## Konstruktionsschritte

1		Tippen Sie $y = 0.8 * x + 3.2$ in die <i>Eingabezeile</i> und drücken Sie die <i>Eingabetaste</i> .
2		<u>Aufgabe:</u> Welche Parameter verändern sich, wenn die Gleichung der Geraden in der <i>Algebra-Ansicht</i> (mit den Pfeiltasten) oder die Gerade selbst in der <i>Grafik-Ansicht</i> (mit der Maus) verschoben werden? <u>Hinweis:</u> Stellen Sie sicher, dass die Gleichung/Gerade ausgewählt ist, bevor sie verändert wird.
3		Verwenden Sie das Werkzeug <i>Lösche</i> , um die Gerade in der <i>Grafik-Ansicht</i> zu entfernen. <u>Hinweis:</u> Das Werkzeug <i>Lösche</i> finden Sie, indem Sie den entsprechenden Werkzeugkasten öffnen.
4		Verwenden Sie das Werkzeug <i>Schieberegler</i> , um zwei Schieberegler $a$ und $b$ zu erstellen. Übernehmen Sie die Standardeinstellungen der Schieberegler. <u>Hinweis:</u> Nach dem Klicken in die <i>Grafik-Ansicht</i> , öffnet sich ein Fenster zum Verändern der Parameter des Schiebereglers. Wählen Sie <i>Übernehmen</i> , um den Schieberegler mit Standardeinstellungen zu erstellen.
5		Tippen Sie $y = a * x + b$ in die <i>Eingabezeile</i> und drücken Sie die <i>Eingabetaste</i> .
6		Wählen Sie das Werkzeug <i>Schneide</i> und erzeugen Sie den Schnittpunkt $A$ zwischen der Geraden und der $y$ -Achse.
7		Verwenden Sie das Werkzeug <i>Punkt auf Objekt</i> , um einen Punkt im Koordinatenursprung zu erstellen.
8		Wählen Sie das Werkzeug <i>Strecke</i> und verbinden Sie die Punkte $A$ und $B$ .
9		Erzeugen Sie das Steigungsdreieck der Geraden mit dem Werkzeug <i>Steigung</i> .

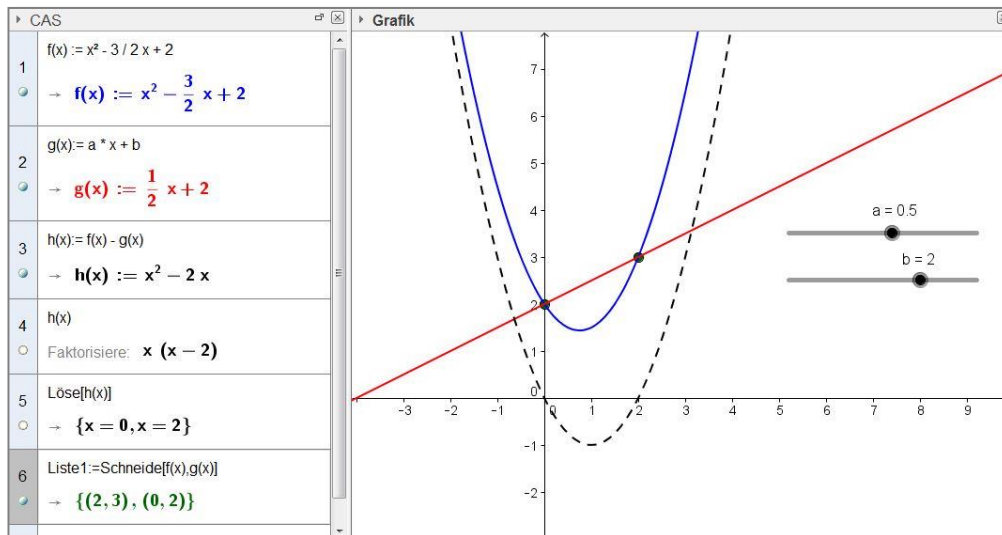
## Tipp

Sie können das **Aussehen** Ihrer Konstruktion mit Hilfe der *Gestaltungsleiste* verändern (z.B. den Wert der Steigung anzeigen oder die Linienstärke der Strecke erhöhen, damit sich die Strecke von der  $y$ -Achse abhebt). Wählen Sie dazu das gewünschte Objekt in der *Algebra-Ansicht* oder *Grafik-Ansicht* aus und klicken Sie auf den kleinen Pfeil in der linken oberen Ecke der *Grafik-Ansicht*, um die  *Gestaltungsleiste* zu öffnen.

## Beispiel 3: Schnitt zweier Polynomfunktionen





**Aufgabe:** Untersuchen Sie, wie die Schnittpunkte einer Parabel mit einer linearen Funktion mit Hilfe der Nullstellen ihrer Differenzfunktion bestimmt werden können.







### Vorbereitungen

- Öffnen Sie ein neues GeoGebra Fenster (im *Datei*-Menü).
- Klicken Sie in der *Grafik-Ansicht* rechts auf die *Perspektiven-Seitenleiste*, und wählen Sie die  $\text{CAS-Ansicht}$ .

### Konstruktionsschritte

1	Tippen Sie $f(x) := x^2 - \frac{3}{2} \cdot x + 2$ in die erste Zeile der <i>CAS-Ansicht</i> und drücken Sie anschließend die Eingabetaste um eine Polynomfunktion zu erstellen.
2	 Wählen Sie das Werkzeug <i>Schieberegler</i> aus der <i>Grafik-Ansicht-Werkzeugleiste</i> und erstellen Sie zwei Schieberegler $a$ und $b$ , indem Sie die Standardeinstellungen des Schiebereglers übernehmen. <u>Hinweis:</u> Um die <i>Grafik-Ansicht-Werkzeugleiste</i> zu sehen, klicken Sie auf die <i>Grafik-Ansicht</i> . Wählen Sie das Werkzeug <i>Schieberegler</i> aus und Tippen Sie erneut in die <i>Grafik-Ansicht</i> . Dadurch öffnet sich ein Fenster zum Verändern der Parameter des Schiebereglers. Wählen Sie <i>Übernehmen</i> , um den Schieberegler mit Standardeinstellungen zu erstellen.
3	Erstellen Sie eine lineare Funktion, indem Sie $g(x) := a \cdot x + b$ in die nächste Zeile der <i>CAS-Ansicht</i> eintippen und anschließend die Eingabetaste drücken.
4	 Verwenden Sie das Werkzeug <i>Bewege</i> aus der <i>Grafik-Ansicht-Werkzeugleiste</i> und setzen Sie den Wert des Schiebereglers $a$ auf 0,5, sowie den Wert des Schiebereglers $b$ auf 2.

5		Geben Sie $h(x) := f(x) - g(x)$ in die nächste Zeile der CAS-Ansicht ein und drücken Sie die Eingabetaste, um die Differenzfunktion zu berechnen.
6		Tippen Sie $h(x)$ in die nächste Zeile der CAS-Ansicht ein und wählen Sie das Werkzeug <i>Faktorisiere</i> aus der CAS-Ansicht-Werkzeugleiste, um das Polynom in Linearfaktoren zu zerlegen. <u>Hinweis:</u> Die Nullstellen können direkt aus dieser Darstellung abgelesen werden.
7		Zum Bestätigen der Nullstellen geben Sie <code>Löse[h(x)]</code> in die CAS-Ansicht ein. <u>Hinweis:</u> GeoGebra erstellt eine Liste von Punkten, welche Sie in der <i>Grafik-Ansicht</i> anzeigen können, indem Sie auf das Werkzeug <i>Objekt anzeigen / ausblenden</i> in der entsprechenden Zeile in der CAS-Ansicht klicken.
8		Geben Sie <code>Schneide[f(x), g(x)]</code> in die nächste Zeile der CAS-Ansicht ein, um die Schnittpunkte von $f(x)$ und $g(x)$ zu erzeugen. <u>Hinweis:</u> Sie können die Schnittpunkte in der <i>Grafik-Ansicht</i> anzeigen, indem Sie auf das Werkzeug <i>Objekt anzeigen / ausblenden</i> in der entsprechenden Zeile in der CAS-Ansicht klicken.
9		<u>Aufgabe:</u> Was haben die Schnittpunkte von $f(x)$ und $g(x)$ mit den Nullstellen der Differenzfunktion $h(x)$ gemeinsam? Für welche Werte von $a$ und $b$ existieren zwei, ein oder kein Schnittpunkt(e)? <u>Hinweis:</u> Verwenden Sie das Werkzeug <i>Bewege</i> und verändern Sie die Werte der Schieberegler, um neue Linearfunktionen zu erhalten.

## Tipps

Die *CAS-Ansicht* ermöglicht Ihnen mit Brüchen, Gleichungen und Formeln zu arbeiten (die Variablen enthalten können, die noch nicht definiert wurden).

Eingabe und automatische Vervollständigung

= Die Eingabe  $y = 2x + 1$  **definiert** eine Gleichung.

:= Die Eingabe  $f(x) := 2x + 1$  **ordnet** der Funktion den **Namen f zu**.

( ) [] Wenn Sie offene (runde / eckige) **Klammern** eintippen, fügt GeoGebra automatisch die passende geschlossene (runde / eckige) Klammer ein.

Während Sie einen Befehl in die *CAS-Ansicht* eingeben, versucht GeoGebra **automatisch** den **Befehl zu vervollständigen**, um Ihnen mit der Schreibweise zu helfen.

Hinweis: Wählen Sie den gewünschten Befehl aus der erscheinenden Liste aus (mit Maus oder Pfeiltasten) und drücken Sie die Eingabetaste, um den Vorschlag anzunehmen.

Die CAS-Werkzeugleiste bietet drei **verschiedene Werkzeuge, um Ihre Eingabe auszuwerten**:

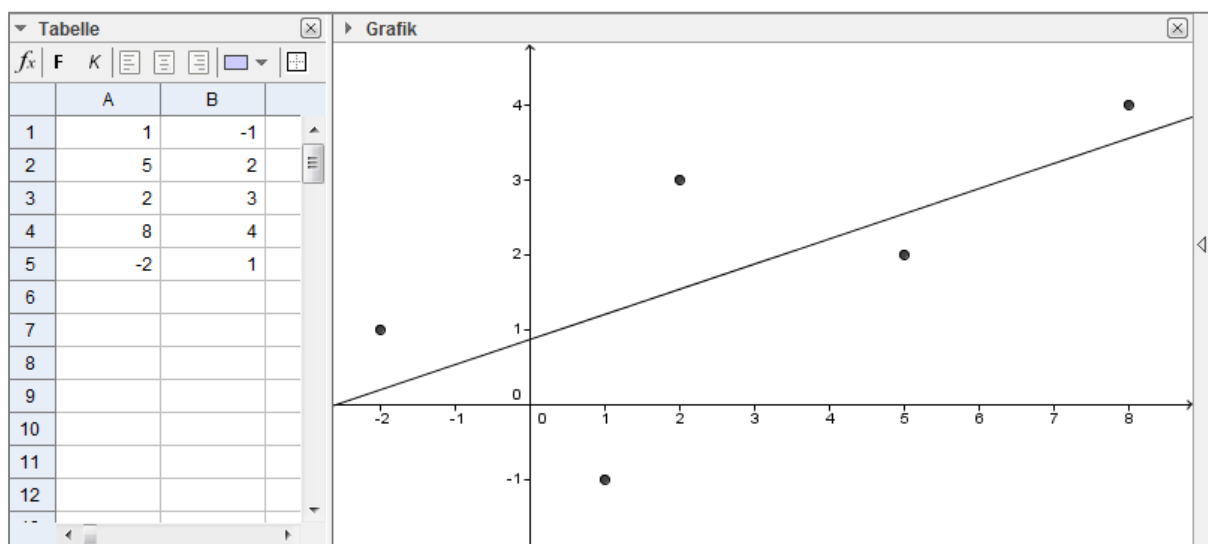
- $\equiv$  'Berechne' berechnet und vereinfacht die Eingabe und gibt das Ergebnis symbolisch aus.
- $\approx$  'Numerisch' berechnet die Eingabe numerisch und gibt das vereinfachte Ergebnis in Dezimalschreibweise aus.
- ✓ 'Behalte Eingabe' behält und überprüft die Eingabe. Das kann nützlich sein, wenn Sie beispielsweise nicht wollen, dass Ihre Eingabe automatisch vereinfacht wird (z.B. beim Umformen von Gleichungen).

Sie können auch nur **Teile eines Ausdrucks verändern**, indem Sie diese mit der Maus markieren und dann ein Werkzeug wie zum Beispiel  $3 \cdot 5^{15}$  Faktorisieren wählen.


## Beispiel 4: Regressionsgerade durch Punktwolke



**Aufgabe:** Erzeugen Sie die Ausgleichsgerade durch eine Punktwolke, indem Sie eine Analyse zweier Variablen durchführen. Entdecken Sie dabei, wie die Regressionsgerade von Ausreißern beeinflusst wird.






### Vorbereitungen


- Öffnen Sie ein neues GeoGebra Fenster (im Datei-Menü).
- Klicken Sie in der *Grafik-Ansicht* rechts auf die *Perspektiven-Seitenleiste*, und wählen Sie die  *Tabellen-Ansicht* aus.



## Konstruktionsschritte

1	<p>Geben Sie in der <i>Tabellen-Ansicht</i> die folgenden Daten in die Zellen von Spalte A ein:  A1: 1    A2: 5    A3: 2    A4: 8    A5: -2  <u>Hinweis:</u> Drücken Sie nach jeder Eingabe die Eingabetaste.</p>
2	<p>Geben Sie in der <i>Tabellen-Ansicht</i> die folgenden Daten in die Zellen von Spalte B ein:  B1: -1    B2: 2    B3: 3    B4: 4    B5: 1</p>
3	<p>Erstellen Sie eine Punktwolke aus diesen Daten:  Markieren Sie alle Zellen der Spalten A und B, die Einträge enthalten. Wählen Sie dann das Werkzeug <i>Liste von Punkten erzeugen</i> aus der <i>Tabellen-Ansicht-Werkzeugleiste</i> und klicken Sie auf <i>Erzeuge</i>.  <u>Anmerkung:</u> Die Werte der Spalte A entsprechen den x-Koordinaten der ausgegebenen Punkte und die Werte der Spalte B den y-Koordinaten.   <u>Hinweis:</u> Wenn nicht alle fünf Punkte in der <i>Grafik-Ansicht</i> sichtbar sind, verwenden Sie das Werkzeug <i>Verschiebe Zeichenblatt</i>.</p>
4	<p>Wählen Sie das Werkzeug <i>Regressionsgerade</i> aus der <i>Grafik-Ansicht-Werkzeugleiste</i>. Erstellen Sie die Ausgleichsgerade durch die Punktwolke, indem Sie alle fünf Punkte durch ein Auswahl-Rechteck markieren.   <u>Hinweis:</u> Das Auswahl-Rechteck erzeugen Sie, indem Sie in die linke obere Ecke der <i>Grafik-Ansicht</i> klicken und die Maus mit gedrückter Taste in die rechte untere Ecke der <i>Grafik-Ansicht</i> ziehen. Stellen Sie sicher, dass sich alle Datenpunkte im Auswahl-Rechteck befinden.</p>
5	<p> <u>Aufgabe:</u> Mit Hilfe dieser Konstruktion können Sie leicht demonstrieren, wie die Regressionsgerade von Ausreißern beeinflusst wird. Wählen Sie dazu einen der Punkte aus und ziehen Sie ihn in der <i>Grafik-Ansicht</i>, um einen Ausreißer zu erzeugen.  <u>Hinweis:</u> Sie können auch die ursprünglichen Werte in der <i>Tabellen-Ansicht</i> ändern, um einen Ausreißer zu erzeugen.</p>

## Tipps

Sie können das **Aussehen** der Gerade und Punkte (Farbe, Stärke,...) mit Hilfe der *Gestaltungsleiste* verändern. Wählen Sie dazu das gewünschte Objekt in der *Grafik-Ansicht* aus und klicken Sie auf den kleinen Pfeil in der linken oberen Ecke der *Grafik-Ansicht*, um die  *Gestaltungsleiste* zu öffnen.

Sie können in die *GeoGebra Tabellen-Ansicht* auch **Daten aus anderen Tabellenkalkulationsprogrammen** importieren:

- Wählen Sie jene Daten aus, die Sie importieren wollen, und kopieren Sie diese.  
Hinweis: Verwenden Sie beispielsweise die Tastenkombination Strg + C

(Mac OS: cmd + C), um Daten in die Zwischenablage ihres Computers zu kopieren.

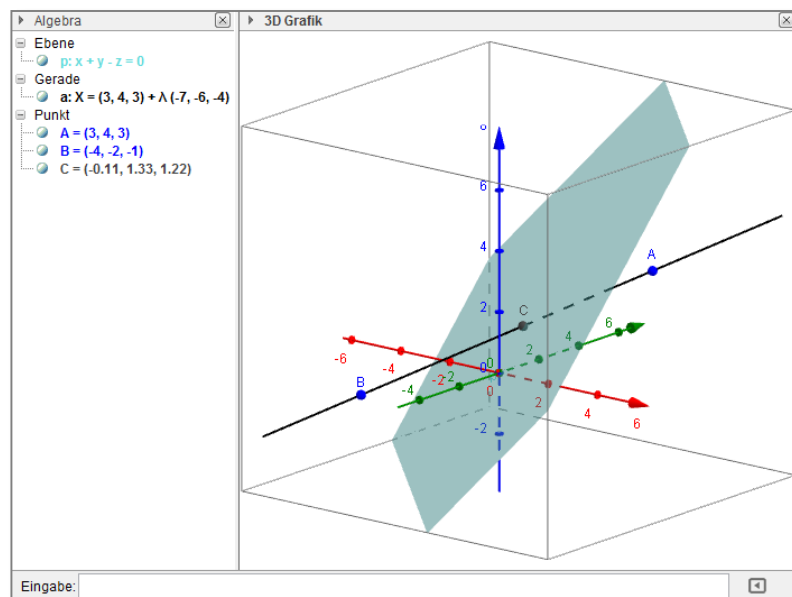
- Öffnen Sie ein GeoGebra Fenster und lassen Sie die *Tabellen-Ansicht* anzeigen.
- Klicken Sie in die Zelle, die den ersten Eintrag enthalten soll (z.B. Zelle A1).
- Fügen Sie die Daten aus der Zwischenablage ihres Computers in die *Tabellen-Ansicht* von GeoGebra ein.

Hinweis: Machen Sie dazu beispielsweise einen Rechtsklick in die markierte Zelle und wählen Sie  *Einfügen* in dem erscheinenden Fenster aus.


## Beispiel 5: Schnitt einer Ebene mit einer Geraden






**Aufgabe:** Entdecken Sie mit der *3D-Ansicht* von GeoGebra, wie Sie eine Ebene mit einer Geraden schneiden können.



### Vorbereitungen



- Öffnen Sie ein neues GeoGebra Fenster (im *Datei-Menü*).
- Klicken Sie in der *Grafik-Ansicht* rechts auf die *Perspektiven-Seitenleiste*, und wählen Sie  *3D Grafik*.




## Konstruktionsschritte

1		Tippen Sie $p: x + y = z$ in die <i>Eingabezeile</i> und drücken Sie die Eingabetaste, um die Ebene $p$ zu definieren.
2		Erstellen Sie zwei Punkte $A$ und $B$ , indem Sie $A = (3, 4, 3)$ und $B = (-4, -2, -1)$ in die <i>Eingabezeile</i> schreiben und nach jeder Eingabe die Eingabetaste drücken.
3		Wählen Sie das Werkzeug <i>Gerade</i> aus der <i>3D Grafik-Ansicht-Werkzeugleiste</i> . Klicken Sie nacheinander auf die Punkte $A$ und $B$ , um die Gerade $a$ zu erstellen.
4		Verwenden Sie das Werkzeug <i>Schneide</i> , um den Schnittpunkt der Ebene mit der Geraden zu erzeugen, indem Sie nacheinander auf die Ebene und die Gerade klicken.
5		<u>Aufgabe:</u> Verwenden Sie das Werkzeug <i>Bewege</i> , um die Position der Punkte $A$ und $B$ zu verändern. Was passiert mit dem Schnittpunkt, wenn die Gerade parallel zur Ebene verläuft oder wenn beide Punkte auf der Ebene liegen? <u>Hinweis:</u> Durch Klick auf einen Punkt lässt sich die Bewegungsrichtung des Punktes beim Ziehen mit dem Werkzeug <i>Bewege</i> verändern (parallel zur $x$ - $y$ -Ebene bzw. in Richtung der $z$ -Achse).

## Tipps

Verwenden Sie das Werkzeug  *Drehe die 3D Grafik-Ansicht*, um die Konstruktion aus verschiedenen Ansichten zu betrachten.

Sie können das Aussehen der Konstruktion mit Hilfe der *Gestaltungsleiste* verändern. Wählen Sie ein Objekt aus und klicken Sie auf die  *Schaltfläche für die Gestaltungsleiste* rechts oben, um die  *Gestaltungsleiste* zu öffnen.

Sie können sowohl die   **$x$ - $y$ -Ebene**, als auch die  **Koordinatenachsen** aus- bzw. einblenden. Klicken Sie dazu auf den weißen Hintergrund in der *3D Grafik-Ansicht*, um sicher zu gehen, dass kein Objekt ausgewählt ist, bevor Sie die  *Gestaltungsleiste* öffnen.

## Weitere Informationen

Weitere Informationen und Materialien, sowie Unterstützung finden Sie auf unserer Webseite [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).